UTN FACULTAD REGIONAL MENDOZA
UNIVERSIDAD TECNOLÓGICA NACIONAL

Teorema de no clonación e influencia en el entrelazamiento cuántico

Parte II

Dr. Ing. Ernesto Gandolfo Raso
egandolfo@frm.utn.edu.ar

El teorema de Bell

Sin embargo, no puedo creerla seriamente, porque la teoría es inconsistente con el principio de que la Física debe representar una realidad en el espacio y el tiempo sin acción fantasmal a distancia…

Albert Einstein en una carta a Max Born, 1947.

Por un lado, el **realismo**: la idea de que las cosas son como son y tienen unas propiedades determinadas, independientemente de que las midamos o no. Siempre que ante una paradoja cuántica se pregunte: “*Sí, pero ¿dónde está el electrón/qué velocidad tiene/cuál es su espín/cómo son las cosas…*

Por otro lado, el **localismo**, es decir, la idea de que los sucesos se producen en un lugar determinado y sus consecuencias viajan por el resto del Universo pasando por todos los puntos intermedios.

Es más fácil comprender la idea de localismo expresándola *a la Einstein*, a saber: *no existen "acciones fantasmales a distancia" que conecten, de forma instantánea, puntos diferentes del Universo*.
Lo que se haga en un lugar no puede tener consecuencias inmediatas en otros lugares muy lejanos. Como el realismo, se ha tratado tradicionalmente de una idea implícitamente asumida por la Ciencia, aunque la cuántica en muchos casos la ponga en duda.

Si la mecánica cuántica es una teoría completa, el estado es la partícula, de modo que si cambia el estado es que ha cambiado la partícula, y el realismo no se sostiene.

Por el contrario, es posible que el estado no sea *toda* la información sobre la partícula, en cuyo caso es posible que cambie el estado sin que cambie la partícula. Tanto Einstein como otros científicos rechazaban de plano una Física que abandonase cualquiera de esos dos conceptos. El problema era, naturalmente, que los experimentos parecían avalar la mecánica cuántica, ya que sus predicciones se cumplían extraordinariamente bien.

Para los real-localistas el problema no era que el Universo fuese así de raro –en su opinión, no lo era–, sino simplemente que la propia teoría cuántica estaba incompleta.

Si se produce un par de cuantejos entrelazados, de modo que si al medir el estado de uno de ellos resulta ser zanahoriófilo puedo estar seguro de que el otro es zanahoriófobo (y, antes de medir ninguno, ambos tienen un 50% de probabilidad de estar en cualquiera de los dos estados), un real-localista lo explicaría así:

Lo que sucede es que se han generado dos cuantejos con características opuestas desde el principio. Uno de ellos es zanahoriófilo, y siempre lo ha sido desde su creación, aunque yo no lo mida. El otro es zanhoriófobo desde el principio. Cuando mido uno de los dos, puesto que no sé cuál es cuál, naturalmente hay un 50% de probabilidad de que resulte ser, por ejemplo, zanahoriófobo.

Pero el cuantejo no ha cambiado, lo que ha cambiado es mi conocimiento sobre él.

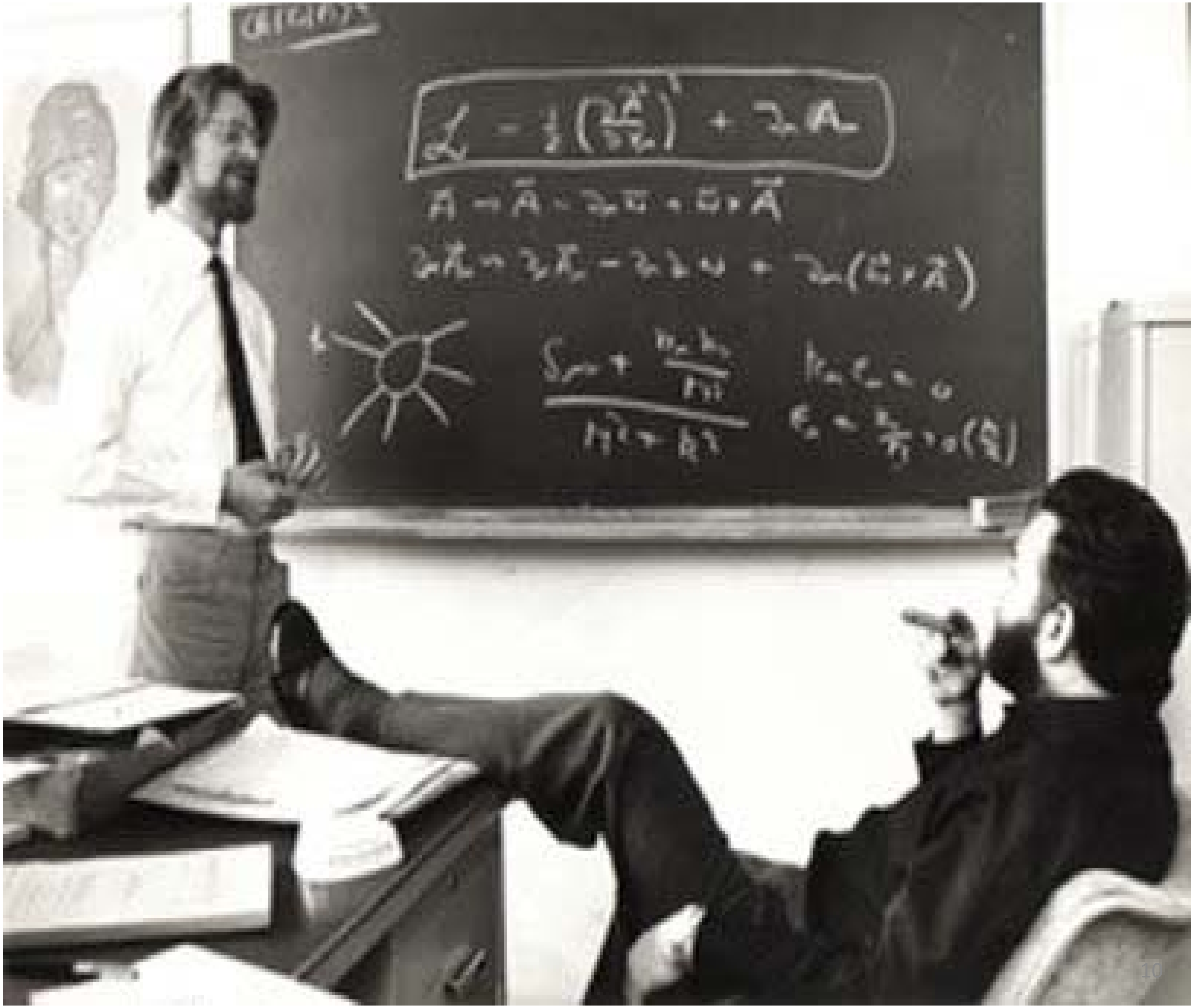
Y el otro cuantejo no cambia instantáneamente cuando mido éste. No, lo que pasa es que, si yo tengo el zanahorióf obo, el otro debe ser necesariamente su contrapartida, un cuantejo zanahorióf ilo, como siempre fue, aunque yo no lo supiera.
La zanahoriofilia y la zanahoriofobia son características reales de los cuantejos, y no se transmiten fantasmalmente a distancia.

¿Cómo es posible entonces que nunca podamos ir más allá de simples probabilidades en la cuántica?

Para el real-localista, el problema es la propia cuántica. Hacía falta una teoría más completa, que tuviese en cuenta "variables ocultas" que la cuántica no consideraba – entonces, las probabilidades se desvanecerían y podríamos saber cómo son las cosas *de verdad*.

Es como si se tuviera una teoría acerca de que, tras un día lluvioso, hay un 60% de probabilidad de que llueva otra vez, sin tener en cuenta nada más.

Si se estudiase las variables que no se tiene en cuenta (temperatura, velocidad del viento, humedad relativa, etc.) y se estableciesen modelos correctos, ese 60% se convertiría en algo muchísimo más preciso y determinado – la indeterminación no estaba en el tiempo meteorológico, sino en mi conocimiento limitado anteriormente.



Podría parecer que no se puede ir más allá en la discusión. *¿Cómo demostrar que la cuántica sí es una teoría completa? ¿Cómo demostrar que el realismo, o el localismo, no se cumplen en el Universo*?

El argumento *“ah, pero la teoría cuántica no es completa”* es difícil de rebatir con experimentos de ningún tipo… porque nunca es posible estar seguro de cuándo una teoría científica es completa.

Aquí es cuando entra en escena el físico norirlandés **John Stewart Bell** (a la derecha de pie frente a la pizarra), que consigue con una elegancia fuera de lo común lo que parecía imposible: predecir resultados experimentales que deben cumplirse, sí o sí, para un Universo real-localista, sin la menor hipótesis acerca de la mecánica cuántica.

Antes de Bell otros habían intentado demostrar, a partir de las propiedades de la mecánica cuántica, resultados experimentales determinados.

Pero eso no resolvía el problema: sí, la mecánica cuántica predecía esos resultados, pero tal vez habría otra teoría más completa que no sólo predijese los mismos resultados en esos experimentos, sino que además tuviera en cuenta variables ocultas o cosas que se hubiesen escapado a la cuántica, *y lo explicase todo sin romper el localismo ni el realismo*.

Pero Bell hace *exactamente lo contrario*.
Partamos de la hipótesis de que la realidad existe y es local, dice Bell, ¡justo el mismo punto de partida que el de Einstein y los real-localistas!
¿Qué consecuencias experimentales tiene eso? Naturalmente, muchas, pero John Bell consigue razonar meticulosamente sobre una en concreto: existe un límite en un determinado resultado experimental que no puede sobrepasarse si la realidad es local. Cualquier experimento que esté dentro de esos límites es compatible con una realidad local y no demuestra nada… pero si un solo experimento se sale de esos límites, no es posible explicarlo con absolutamente ninguna teoría real-localista.

Bell no sostiene que la cuántica sea verdad, sino que su Teorema se centra en el localismo y el realismo, y consigue romper el nudo gordiano como debe hacerlo la Ciencia, estableciendo condiciones que pueden comprobarse de manera empírica.

Razonemos juntos de un modo similar a como lo hizo Bell en 1964 en su *"On the Einstein Podolsky Rosen Paradox"* en la que establece su famoso Teorema.

En nuestro razonamiento, partiremos de dos hipótesis que harían feliz a Einstein:

1) Las propiedades de un sistema físico existen independientemente de cualquier medición –

EXISTE UNA REALIDAD "DE VERDAD".

2) Los cambios en un sistema físico no pueden propagarse instantáneamente a otros lugares del Universo –

ESA REALIDAD ES "LOCAL"

Imaginemos pues que tenemos una máquina que produce cuantejos con estas propiedades:

i- Los cuantejos producidos pueden ser de tres tipos: *zanahoriófilos*, *apiófilos* y *manzanófilos*, según tengan preferencia por una de esas tres comidas: zanahoria, apio o manzana.

ii- Un cuantejo tiene gusto por uno de los tres alimentos y sólo uno, de modo que si es zanahoriófilo es necesariamente apiófobo y manzanófobo.

Naturalmente, nunca podemos estar seguros de a cuál de los tres tipos pertenece la adorable criatura hasta que le presentamos algún alimento, e incluso entonces es posible que no sepamos cuál es:

Si le presentamos una zanahoria y la rechaza, por ejemplo, no sabremos si es apiófilo o manzanófilo, simplemente habremos descartado el hecho de que pueda ser zanahoriófilo.

Eso sí, dado que **la realidad existe**, los cuantejos son de un tipo determinado desde que nacen, nada de esa palabrería cuántica de que "*está en un estado superpuesto de zanahoriófilo, apiófilo y manzanófilo hasta que colapsamos la función de onda al medirla*".

Nada puede cambiar el tipo de cuantejo una vez éste ha nacido como es.

Representaremos a los cuantejos con uno de estos tres dibujos, dependiendo de a qué grupo pertenezca en cada caso:

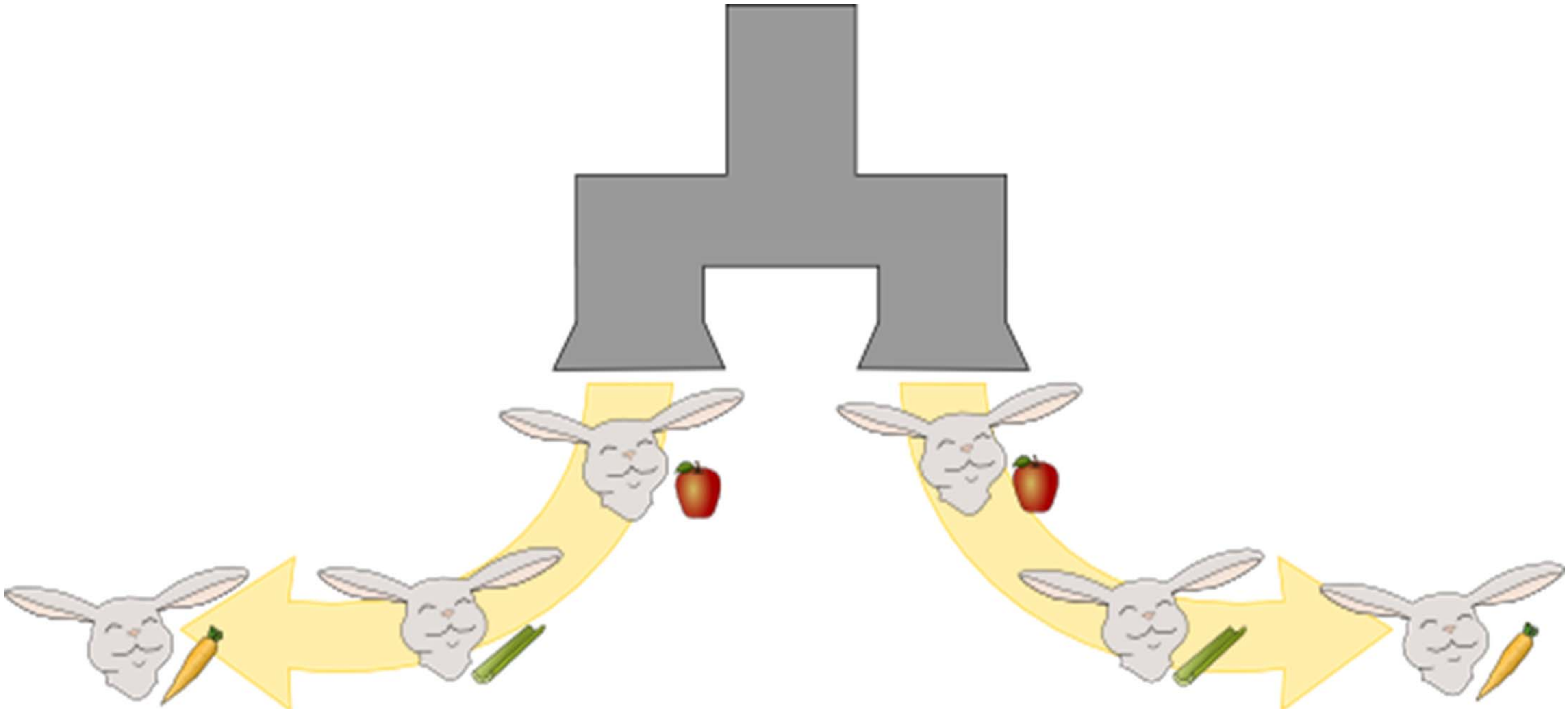
Cuantejos zanahoriófilo, apiófilo y manzanófilo

.

La máquina productora de cuantejos tiene otra peculiaridad: produce los cuantejos como pares de gemelos idénticos. Ambos son zanahoriófilos, ambos apiófilos o ambos manzanófilos. Esto significa que si un observador está en un lugar y un segundo observador está en otro, y el primero le enseña a su cuantejo una manzana y se la come, puede estar seguro de que el suyo también es manzanófilo, no porque haya habido una conexión instantánea entre ellos ni nada parecido, sino porque simplemente ser ha comprobado que su cuantejo siempre fue manzanófilo, luego el del otro también lo ha sido siempre.

¡Aquí se respeta el localismo!

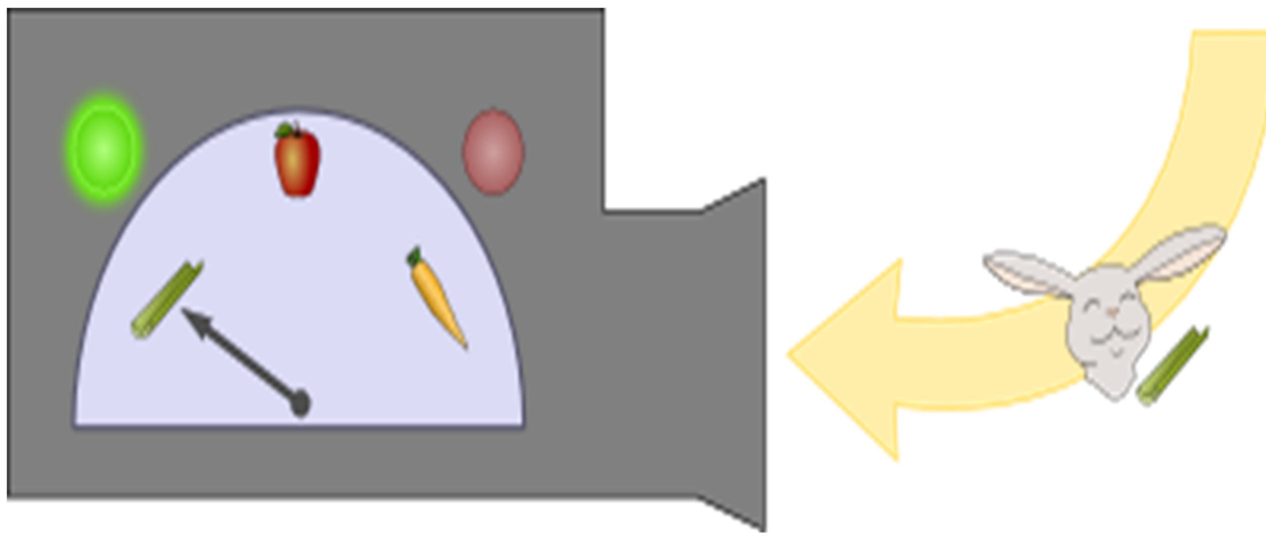
Además, esta máquina produce los pares completamente al azar: un tercio de las veces produce cuantejos zanahoriófilos, un tercio apiófilos y un tercio manzanófilos.
Cómo hace esto es indiferente, y no requiere en absoluto de probabilidades cuánticas; podemos tener dentro un operario con un dado de seis caras que lo lance cada vez y produzca el par de cuantejos correspondiente: 1-2 significa zanahoriófilos, 3-4 apiófilos y 5-6 manzanófobos.
O podemos tener un ordenador que genere al azar el tipo de cuantejos, da exactamente lo mismo mientras desde fuera no podamos saber de qué tipo se han producido y los tres casos sean equiprobables.



Máquina productora de pares de cuantejos.

Finalmente, supongamos que el observador 1 y el 2 tiene sendos detectores de cuantejos a una gran distancia entre ellos, simplemente para eliminar cualquier posible interacción que no pudiéramos detectar.
Estos detectores son máquinas muy simples: a elección de quien las maneja, pueden presentar al cuantejo que llega una zanahoria, un apio o una manzana.
Si el cuantejo se lanza, ávido y feliz, a por la comida, se enciende una luz verde en la máquina.
Si el cuantejo pone cara de asco y rechaza, despectivo, el alimento, se enciende una luz roja.

Las máquinas tienen una palanca con la que podemos seleccionar cuál de los tres alimentos habrá esperando al cuantejo cuando llegue. Por ejemplo, en este caso la luz se pondrá verde, pues estamos ofreciendo apio a un cuantejo apiófilo (aunque no se sabe que lo es hasta entonces, claro):



Máquina detectora de tipos de cuantejos

Supongamos que los observadores ponen las palancas de los detectores en la misma posición, da igual cuál, y que la máquina que produce cuantejos lanza un millón de pares aleatorios de las adorables criaturas.

¿Qué probabilidad habrá de que las luces de nuestras dos máquinas coincidan cada vez?

Naturalmente, la probabilidad es del 100%.

Si los cuantejos son, por ejemplo, zanahoriófilos, y ambos ponemos la palanca en “zanahoria”, tanto la máquina del obs 1como la máquina del obs 2 encenderá la luz verde.

Si ponemos la palanca en “apio” o “manzana”, tanto la luz del obs 1 luz como la luz del obs 2 serán rojas.

Si la máquina produce un millón de cuantejos al azar y los detectores tienen la palanca en la misma posición el uno que el otro, el millón de veces coincidirán nuestras luces: a veces serán verdes cuando acertemos, otras serán rojas, pero siempre del mismo color las dos.

Y, aunque no sea demasiado importante para el experimento, ambas luces serán verdes 1/3 de las veces (cuando acertemos con la comida), y rojas los 2/3 restantes (cuando no acertemos con la comida).

Ahora, compliquemos la cosa un poquito.
Imagina que tanto tú como yo nos agenciamos un dado, y hacemos lo mismo que el operario de la máquina productora de cuantejos.
Para cada cuantejo que vaya a llegar a mi detector, si me sale 1-2, pondré la palanca en posición "zanahoria", si es 3-4 en "apio" y si es 5-6 en "manzana".

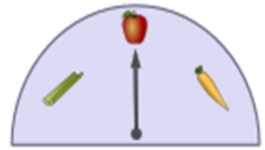
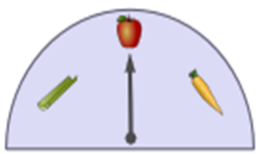
La probabilidad de que acierte con la comida, desde luego, sigue siendo de 1/3 para cada cuantejo, y si me llegan 9 millones de cuantejos, se encenderá la luz verde unos tres millones de veces.

Pero ésa no es la cuestión, sino hacernos la misma pregunta de antes: *¿cuántas veces de los nueve millones coincidirán nuestras luces?*

Si tú seleccionas cada vez una palanca al azar, y yo hago lo mismo, y recibimos nueve millones de pares de cuantejos aleatorios, ¿cuántas veces coincidirán nuestras luces?

Básicamente, existen nueve posibles combinaciones de posiciones de palanca entre tú y yo, todas igualmente probables: tú zanahoria-yo zanahoria, tú zanahoria-yo apio, etc.

Pueden verse todas las posibilidades en la siguiente tabla:

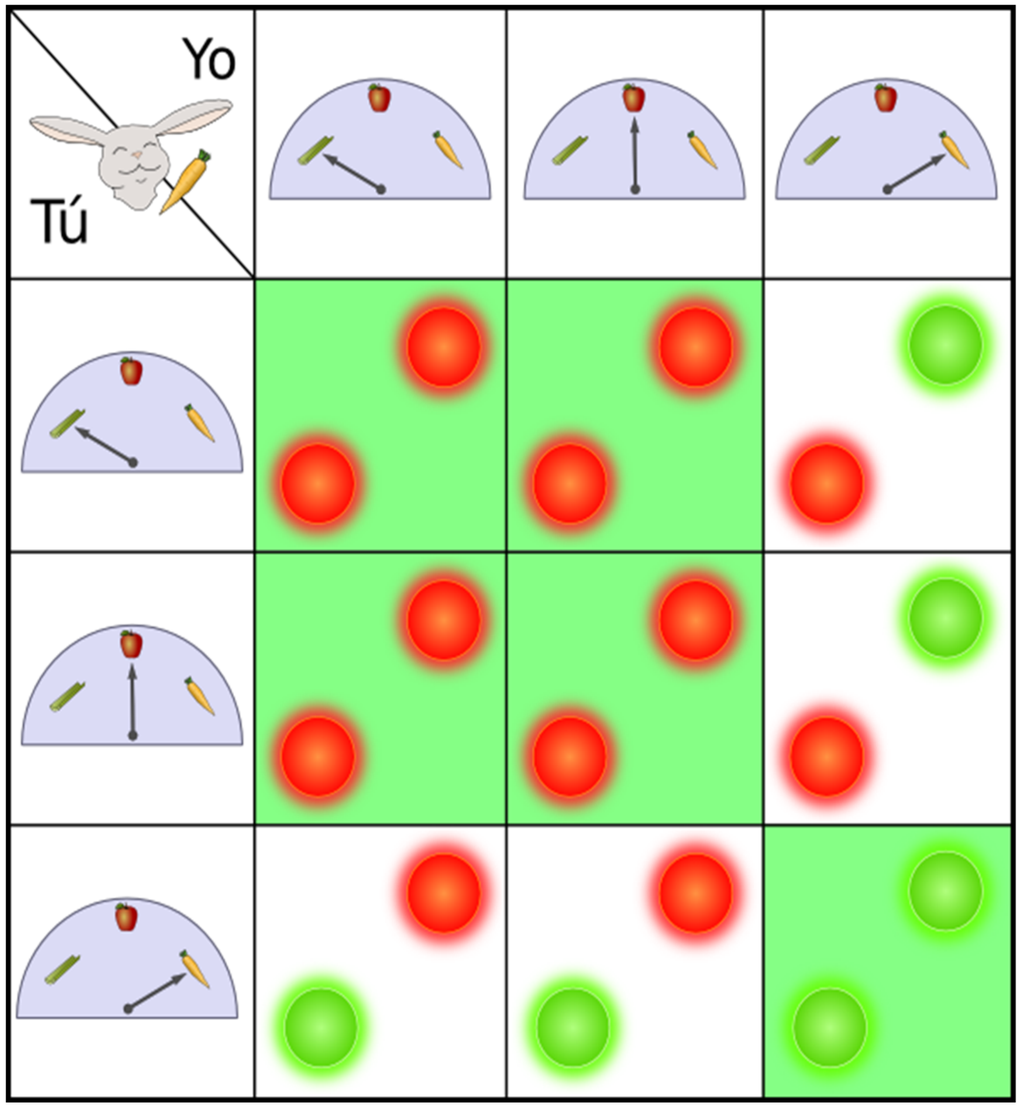
Yo  Tú			
			
			
			

Supongamos que recibimos un par de cuantejos zanahoriófilos. ¿En cuántas de las nueve posibles combinaciones coinciden nuestras luces?

Si ambos ponemos las palancas igual, naturalmente obtenemos los dos el mismo resultado.

Pero hay veces en las cuáles también obtenemos el mismo resultado de luz roja incluso aunque no tengamos las palancas igual: puesto que al cuantejo le gustan las zanahorias, si tú tienes la palanca en “apio” y yo en “manzana”, tanto tu luz como la mía serán rojas.

Aquí tienes la tabla rellena para un par de cuantejos zanahoriófilos, con las casillas en las que coincidimos resaltadas con “tic” verde:



Pero ¿qué sucedería con las probabilidades para un par de cuantejos apiófilos, o manzanófilos?
Pues *exactamente lo mismo*: siempre hay tres de las nueve opciones en las que coincidimos seguro (cuando hacemos lo mismo con la palanca el uno que el otro), y otras dos en las que también coincidimos aunque las palancas no estén igual (cuando no acertamos ninguno pero con alimentos diferentes). El resultado es, por tanto, siempre el mismo.

Si cuentas las casillas en las que coincidimos en la tabla de arriba, verás el número mágico: **cinco de cada nueve veces** (5/9 de las veces) coincidirán nuestras luces.

Sería posible, naturalmente, que nuestro operario hiciese trampa o tuviese un dado defectuoso, de modo que no lanzase pares cuantejos con 1/3 de probabilidad cada uno, sino que unos tipos fueran más probables que otros… *pero eso no modificaría en absoluto el 5/9*.

También sería posible que el operario, en vez de producir cuantejos zanahorióﬁlos, apióﬁlos o manzanóﬁlos produjese cuantejos “aberrantes”: por ejemplo, cuantejos que siempre se comen cualquier alimento que se les pone delante, o que nunca comen ninguno.

Pero, si hiciese eso, entonces *coincidiríamos siempre*: por ejemplo, si los cuantejos aceptan cualquier comida, tanto tu luz como la mía serán verdes siempre, y lo mismo si los cuantejos rechazan cualquier comida.

El operario podría incluso hacer que los cuantejos fueran aún más complejos: podría lanzar cuantejos zanahorio-apiófilos, que aceptasen esas dos verduras pero no las manzanas, o manzano-zanahoriófilos, o cualquier combinación que en vez de aceptar una y rechazar dos viandas, aceptase dos y rechazase una.
Pero eso tampoco podría hacer jamás que coincidiésemos menos de 5/9 de las veces. De hecho, si tú y yo nos mantenemos firmes en nuestra aleatoriedad al poner la palanca en nuestros detectores, y el operario lanza pares de cuantejos idénticos que son de los tipos normales o los aberrantes, todos mezclados, podemos estar seguros de una cosa, la conclusión final de nuestro teorema absolutamente lógico y razonable:

Nuestras luces coincidirán, al menos, 5/9 de las veces

Fíjate que digo “al menos” para protegernos de la posibilidad de cuantejos aberrantes. Puede que sean 5/9, o un poquito más, pero seguro, segurísimo, que no van a ser menos, ya que cualquier desviación de la aleatoriedad del operario sólo puede mantener o aumentar la proporción de coincidencia entre nosotros – si lo hacemos suficientes veces, claro; es posible que lo hiciéramos nueve veces y salieran dos coincidencias y siete desacuerdos, pero sobre nueve millones de veces, seguro que se aproxima mucho a 5/9.
Y en todo esto *no hemos hablado en absoluto de cuántica*, pero hemos establecido un límite claro que es imposible atravesar.

Ésa es la maravilla y la genialidad de John Stewart Bell: que obtuvo una desigualdad inquebrantable y relativamente sencilla de comprobar experimentalmente.

Y esa desigualdad es el resultado de un razonamiento que, espero, te habrá parecido lógico, sensato e inevitable.
Sin embargo, **la conclusión de arriba es una mentira como un piano de cola**.

Porque, una vez tenemos una afirmación como ésa, no hay más que preparar experimentos de este tipo y comprobar cuántas veces coinciden nuestras luces.

Desgraciadamente, nuestra tecnología aún no ha logrado producir cuantejos zanahoriófilos, con lo que los experimentos para comprobar que se cumple la desigualdad de Bell (que coincidimos 5/9 o más de las veces) se han realizado con miríadas de pares de partículas entrelazadas, como electrones y fotones, y se emplean propiedades como el espín o el estado de polarización.

Mucho más prosaico, pero igualmente válido. Y, cuando se hace el experimento análogo al que hemos hecho nosotros arriba con cuantejos, *¿sabes cuántas veces coinciden nuestras luces?*

La mitad

En otras palabras, 4,5/9 de las veces, no 5/9.
Puede parecer que los números se parecen mucho, y que el 50% y el 55,555…% son tan similares que la diferencia puede ser simplemente un error, y que la desigualdad de Bell no se cumple por la falta de precisión.
Pero, si sabes de probabilidad, eres consciente de que, para un número enorme de pruebas –y en muchos experimentos diferentes, no sólo en uno– un 5% de diferencia es una enormidad.
Dicho de otro modo, la conclusión empírica, escribiéndola como hemos hecho arriba es que:

Nuestras luces pueden coincidir menos de 5/9 de las veces.

Y eso es imposible.

O, mejor dicho: *es imposible si nuestro razonamiento anterior era válido*.
Puesto que ese 4,5/9 se ha comprobado experimentalmente, nuestro razonamiento anterior no puede ser válido.

Ahora bien, un razonamiento puede no ser válido porque hay un *error en el proceso* seguido, o porque *alguna de las premisas de que partía era falsa*.
Puesto que nuestro razonamiento es sólido, la conclusión es incuestionable: al menos una de nuestras premisas es falsa.

Dicho de otro modo:
o bien no existe una realidad objetiva, o bien la realidad no es local, o ninguna de las dos cosas.
Y esto no tiene absolutamente nada que ver con la mecánica cuántica, pues es aplicable independientemente de cuánto avance la cuántica y cuántas cosas tenga en cuenta.
Si las partículas tienen propiedades intrínsecas que no son establecidas al medirlas sino inherentes a las cosas, y no existe manera de que esas propiedades cambien instantáneamente cuando suceden cosas en otro lugar, *no es posible que nuestras luces coincidan la mitad de las veces… pero sí lo hacen*.

De modo que el teorema de Bell establece un límite experimental que ninguna teoría real-localista puede rebasar. Ese límite se rebasa experimentalmente, luego ninguna teoría real-localista puede explicar esos experimentos. Eso es, básicamente, el avance revolucionario que estableció Bell. De haber estado vivo, Einstein indudablemente hubiera sufrido al ver los resultados experimentales que desmontaban las hipótesis del teorema.

Por si cabe duda, el teorema en sí *no dice que las premisas sean falsas*, sino que si son verdaderas, la desigualdad debe cumplirse. Podríamos enunciarlo, en los términos de este artículo, así:

Si existe una realidad local, nuestras luces coincidirán al menos 5/9 de las veces

Los experimentos violan esa desigualdad, de modo que nuestra conclusión puede ser entonces que no hay una realidad local, pero el teorema es independiente de los resultados de los experimentos, simplemente establece el marco teórico que deben o no cumplir para satisfacer las premisas o no.

Hay otra cosa que tampoco dice el teorema de Bell: No dice que si se incumple la desigualdad "la cuántica tiene razón".

Es perfectamente posible que haya una teoría más completa, mejor, más precisa que la cuántica, y que la mecánica cuántica que tenemos resulte equivocada: pero, lo que quiera que sea que la reemplace, ***no puede ser una teoría real-localista***.

En otras palabras: la cuántica es rara, y tal vez esté equivocada, pero no es rara por estar equivocada; cualquier teoría que la reemplace también será rara, *porque el Universo lo es*.

Tampoco es posible concluir que el Universo no es real ni tampoco local: recuerda que hemos demostrado que al menos una de las dos premisas es falsa, no que ambas son falsas.
Es perfectamente compatible con esta combinación de razonamiento y experimentos un Universo real en el que hay transferencia instantánea de propiedades físicas.
También lo es un Universo sin esa transferencia instantánea, pero en el que la realidad se define al medirla.
Desde luego, también es posible que ni una cosa ni la otra existan; tal vez las cosas sean raras por un lado, raras por otro o raras por todos los lados, pero raras son.

Eso sí, aunque esto no demuestre nada y sea ajeno al Teorema en sí, la cuántica se comporta de manera ejemplar en estos experimentos. Porque, si se aplica el formalismo cuántico a los experimentos que hemos descrito arriba, la cuántica predice una coincidencia que viola la desigualdad, es decir, una coincidencia menor de 5/9.

Y no sólo eso: la probabilidad de coincidencia de acuerdo con la cuántica es exactamente 4,5/9… justo lo que hemos obtenido en los experimentos.

Los experimentos involucran polarizaciones con ángulos de 45 y 90º, y el 1/2 resulta del coseno de 45º al cuadrado.